



SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Se llama así al conjunto formado por dos ecuaciones con dos incógnitas, las cuales se verifican para valores asignados a sus variables.

Forma:
$$\begin{cases} ax + by = c \dots\dots(1) \\ mx + ny = P \dots\dots(2) \end{cases}$$

donde:

"a", "b", "m", "n": son los coeficientes de las variables

"c" y "p": son los términos independientes

"x" y "y": son las incógnitas o variables.

Ejemplos:

1)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

Conjunto Solución del Sistema (C.S.)

Son los valores de las variables "x" y "y" que cumplen con ambas ecuaciones en el sistema.

Ejemplo:

En el sistema:
$$\begin{cases} 3x - y = 7 \dots\dots\dots (1) \\ x + y = 5 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Los valores de $x = 3$; $y = 2$ que cumplen con ambas ecuaciones por lo tanto será su conjunto solución, es decir:

$$C.S. = \{x = 3; y = 2\}$$

¿Cómo se resuelve un Sistema?

Para hallar el conjunto solución se puede resolver por varios métodos, estudiaremos el método de REDUCCIÓN.

Método de REDUCCIÓN.

Ejemplo 1:

Resolver el sistema:
$$\begin{cases} x + y = 9 & \dots\dots\dots (1) \\ x - y = 5 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Resolución:

* Si sumamos algebraicamente en forma vertical ambas ecuaciones tendremos:

$$\begin{array}{r} x + y = 9 \dots\dots\dots (1) \\ x - y = 5 \dots\dots\dots (2) \\ \hline \end{array} \quad \downarrow (+)$$

$$\begin{array}{r} x + \cancel{y} + x - \cancel{y} = 9 + 5 \\ x + x = 14 \\ 2x = 14 \\ x = \frac{14}{2} \\ \boxed{x = 7} \end{array}$$

* Como: $x = 7$ en la ecuación (1): $x + y = 9$, entonces:

$$\begin{array}{r} 7 + y = 9 \\ y = 9 - 7 \\ \boxed{y = 2} \end{array}$$

* Luego: $x = 7$; $y = 2$, será el conjunto solución. \rightarrow C.S. $\{x = 7; y = 2\}$

Ejemplo 2:

Hallar los valores de "x" y "y" en:
$$\begin{cases} 5x - y = 8 & \dots\dots\dots (1) \\ 3x - y = 4 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Resolución: Si restamos algebraicamente en forma vertical tendremos:

$$\begin{array}{r} 5x - y = 8 \\ (-) \downarrow \quad 3x - y = 4 \quad \downarrow (-) \\ \hline (5x + y) - (3y - y) = 8 - 4 \\ 5x - \cancel{y} - 3x + \cancel{y} = 4 \\ 5x - 3x = 4 \\ 2x = 4 \\ x = \frac{4}{2} \\ \boxed{x = 2} \end{array}$$

Como: $x = 2$, en la ecuación (1) tendremos:

$$5x - y = 8$$

$$5(2) - y = 8$$

$$10 - y = 8$$

$$10 - 8 = y$$

$$2 = y \text{ ó } \boxed{y = 2}$$

Luego: $x=2, y=2$, su conjunto solución será: C.S. $\{x=2; y=2\}$

¡Ahora, hazlo tú!

I. Marca correctamente la alternativa:

1. Es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x + y = 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 4x + 3y + 2z = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x - 3y - z = 5 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

2. En el sistema los coeficientes de una de sus variables son iguales:

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

3. En el sistema los términos independientes son iguales:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 6 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

4. En el sistema el conjunto solución es: C.S. $\{x=1; y=1\}$

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 3x + y = 4 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

II. Relaciona correctamente los sistemas con su conjunto solución:

A)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad (\quad) \quad \text{C.S. } \{x=3 ; y=1\}$$

B)
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad (\quad) \quad \text{C.S. } \{x=3 ; y=2\}$$

C)
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad (\quad) \quad \text{C.S. } \{x=0 ; y=2\}$$

D)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \quad (\quad) \quad \text{C.S. } \{x=1 ; y=2\}$$

E)
$$\begin{cases} x + 4y = 8 \\ x + 5y = 10 \end{cases} \quad (\quad) \quad \text{C.S. } \{x=1 ; y=1\}$$

III. Resuelve los sistemas:

1.
$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} 5x - y = 8 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} 5x - y = 16 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$$

Retos para el hogar

1. Resuelve los sistemas:

1.
$$\begin{cases} 5x + y = 8 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 5x + y = 6 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 5x + 3y = 8 \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} 7x - 2y = 9 \\ 3x + 2y = 11 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 7 \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} 8x + y = 8 \\ 6x + y = 6 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

Desafío

Sin resolver el sistema, explica cómo los valores: $x=9$; $y=10$ son soluciones para el sistema:

$$\begin{cases} 11x - 3y = 69 \\ -3x + 3y = 3 \end{cases}$$